

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Комсомольский-на-Амуре государственный
университет»

На правах рукописи

Волошина Елена Олеговна

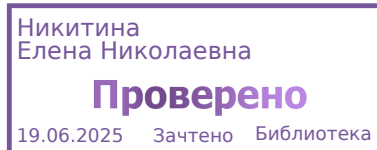
Диаграммный метод расчета железобетонных конструкций

Кафедра «Строительство и архитектура»
Направление 08.04.01 – «Строительство»
Профиль – «Инновационные технологии в строительстве»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени магистра

2025



Работа выполнена на кафедре «Строительство и архитектура»
Комсомольского-на-Амуре государственного университета.

Научный руководитель: кандидат технических наук, доцент

В.А. Дзюба

Комсомольский-на-Амуре государственный университет

Рецензент: доцент кафедры "Строительные конструкции, здания и сооружения" Дальневосточного государственного университета путей сообщения, кандидат технических наук, доцент А.В. Головкин

Защита состоится «18» июня 2025 г. в 9.00 часов на заседании государственной аттестационной комиссии в Комсомольском-на-Амуре государственном университете по адресу: 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина 27, ФГБОУ ВО «КнАГУ»

С диссертацией можно ознакомиться на кафедре «Строительство и архитектура» КнАГУ.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования:

Современное строительство невозможно представить без использования железобетонных конструкций, которые благодаря своим уникальным свойствам стали основой для возведения множества объектов различного назначения. Железобетон сочетает в себе прочность бетона на сжатие и высокую прочность стали на растяжение, что делает его идеальным материалом для создания конструкций, способных выдерживать значительные нагрузки. Однако, как и любой другой строительный материал, железобетон нуждается в тщательном расчете и проектировании, чтобы обеспечить безопасность и долговечность сооружений. В этом контексте особое внимание уделяется методам расчета, одним из которых является диаграммный метод.

Диаграммный метод представляет собой современный подход к анализу и проектированию железобетонных конструкций, позволяющий наглядно и эффективно оценивать поведение материалов под воздействием различных нагрузок. Основная идея этого метода заключается в использовании диаграмм, которые иллюстрируют зависимости между напряжениями и деформациями в материалах, что позволяет инженерам более точно предсказывать поведение конструкций в условиях эксплуатации. В отличие от традиционных методов расчета, диаграммный метод обеспечивает более глубокое понимание процессов, происходящих в железобетонных элементах, и позволяет учитывать множество факторов, влияющих на их устойчивость и прочность.

В рамках данной работы будет проведен детальный анализ диаграммного метода в контексте проектирования железобетонных конструкций. В первой главе будут рассмотрены особенности расчета многоэтажных зданий, в том числе как нелинейных систем.

Во второй главе будет уделено внимание методам расчета диаграмм напряжений и деформаций, которые являются основными инструментами для применения диаграммного метода на практике. Эти методы позволяют инженерам точно определять, как различные нагрузки влияют на железобетонные элементы, а также предсказывать их поведение в процессе эксплуатации. Важным аспектом этого раздела станет обсуждение различных подходов к построению диаграмм, их интерпретации и применению в расчетах.

Наконец, в третьей главе будут представлены практические примеры применения диаграммного метода в строительстве. Эти примеры помогут проиллюстрировать, как метод используется на практике, какие результаты он дает и какие проблемы могут возникнуть в процессе его применения. Практическая часть работы будет основана на реальных проектах, что позволит увидеть, как теоретические аспекты метода реализуются в реальных условиях.

Таким образом, цель данного исследования заключается в систематизации знаний о диаграммном методе в железобетонных конструкциях, его анализе и практическом применении. В результате исследования предполагается не только углубить понимание диаграммного метода, но и выявить его роль в современном строительстве, а также определить направления для дальнейших исследований и улучшений в этой области.

Актуальность исследования «Диаграммный метод железобетонных конструкций» обусловлена растущими требованиями к эффективности и надежности проектирования строительных объектов в условиях современного градостроительства и увеличения нагрузки на инфраструктуру. В условиях постоянного роста городов и необходимости оптимизации использования ресурсов, диаграммный метод представляет собой мощный инструмент для анализа напряжений и деформаций в

железобетонных конструкциях. Изучение основных принципов этого метода, методов расчета, а также его применения для армирования и анализа преимуществ и недостатков, позволяет не только улучшить качество проектирования, но и снизить затраты на строительство. Практические примеры применения диаграммного метода в строительстве подчеркивают его значимость и востребованность в инженерной практике, что делает данное исследование особенно актуальным для специалистов в области гражданского строительства.

В работе «Диаграммный метод железобетонных конструкций» объектом исследования являются железобетонные конструкции, используемые в современном строительстве, а предметом — диаграммный метод, применяемый для анализа их напряженно-деформированного состояния. Исследование охватывает основные принципы данного метода, а также методы расчета диаграмм напряжений и деформаций, что позволяет оценить его эффективность при армировании железобетонных элементов. **Важной частью работы является анализ преимуществ и недостатков диаграммного метода, что способствует более глубокому пониманию его практического применения в строительной отрасли.**

Цель диссертационной работы – «Диаграммный метод расчета железобетонных конструкций» - анализ знаний о применении диаграммного метода в проектировании и расчете железобетонных конструкций и разработка методики диаграммного метода на основе билинейных диаграмм.

Предмет исследования:

Основные задачи исследования включают изучение ключевых принципов диаграммного метода, разработку методов расчета диаграмм напряжений и деформаций, а также исследование его применения для армирования железобетонных элементов.

Автор защищает:

- нормируемые параметры билинейных диаграмм бетона и арматуры;
- результаты уравнения равновесия при билинейных диаграммах для расчета прочности железобетонных сечений;
- результаты расчета кривизны и перearмированных железобетонных сечений диаграммным методом.

Научную новизну работы составляют:

Проведенные исследования позволили сделать следующие выводы.

- В качестве диаграмм деформирования бетона и арматуры могут быть успешно использованы билинейные диаграммы (диаграммы Прандтля).
- Билинейные диаграммы позволяют проводить исследование поведения изгибаемых железобетонных элементов (балок) при различных уровнях нагружения.
- При билинейных диаграммах возможны следующие стадии деформирования бетона и арматуры:
 - Бетон и арматура в упругой стадии;
 - Бетон в упругой стадии, а арматура в пластической стадии;
 - Бетон в пластической стадии, а арматура работает упруго (перearмированные сечения);
 - Бетон и арматура работают в пластической стадии.
- Для каждого случая напряженно-деформированного состояния составлены уравнения равновесия и получены формулы для вычисления кривизны.

Практическая ценность

Для каждого случая напряженно-деформированного состояния проведены машинные эксперименты и подтверждена надежность вычислений, соответствующая нормам проектирования.

- Предложенный расчетный аппарат позволяет надежно, быстро, наглядно без приближенного подхода определять деформации и кривизну сечения на всех этапах нагружения.

- По полученной кривизне для каждого этапа расчета на основе простых вычислений определяется жесткость сечения и производится расчет несущих систем в физически нелинейной постановке.

Структура и объем работы. В диссертационной работе представлены: введение, 3 главы, библиографический список из 47 наименований. Работа отображена на 93 страницы машинописного текста, содержит 29 рисунков, 1 таблица, 27 формул.

1 глава посвящена изучению многоэтажных зданий, рассматриваемых как сложные нелинейные системы. В ней дается определение высотных зданий, описываются различные конструкции несущих систем, методы расчета и учет физической нелинейности при проведении вычислительных операций.

Во 2 главе изложены фундаментальные принципы диаграммного метода, применяемого для расчета железобетонных конструкций. Подчеркиваются его достоинства, и приводятся примеры расчетов деформационных диаграмм, используемых при нелинейном анализе железобетонных элементов с применением деформационной модели.

В 3 главе представлены расчеты железобетонных конструкций, выполненные с использованием диаграммного метода на базе билинейных диаграмм.

Диаграммный метод, основанный на билинейных диаграммах, позволяет эффективно анализировать и рассчитывать железобетонные конструкции. Этот метод включает использование математических форм, которые упрощают процесс определения напряженно-деформированного состояния материалов и учитывают их поведение под нагрузкой. При

практическом применении такого подхода необходимо четко понимать, как строятся билинейные формы и как они соотносятся с реальными конструкциями.

Анализ характеристик железобетонных конструкций с применением билинейных диаграмм должен учитывать различные факторы, такие как тип нагрузки и условия эксплуатации. Как показывает практика, такие подходы позволяют получать более точные результаты по сравнению с традиционными.

Следует отметить, что при исследовании железобетонных конструкций также важна визуализация результатов. Построение диаграмм напряжений и деформаций позволяет лучше понимать распределение нагрузок и предельные состояния конструкции перед её окончательным проектированием. Использование компьютерных программ для создания таких диаграмм значительно ускоряет и облегчает этот процесс, позволяя быстро вносить изменения и оценивать их эффект на общую устойчивость конструкции.

Работа с диаграммами влечет за собой необходимость глубокого понимания математических основ, лежащих в их основе, и особое внимание следует уделять матричным представлениям билинейных форм, чтобы упростить дальнейшие расчеты и обеспечить точность представленных данных.

При проведении нелинейного деформационного анализа железобетонных элементов необходимо учитывать поведение бетона под нагрузкой, используя соответствующие диаграммы.

В расчетах, использующих нелинейную деформационную модель, применяются различные диаграммы состояния бетона, показывающие соотношение между напряжениями и деформациями. Это могут быть криволинейные диаграммы, в том числе с нисходящей ветвью, или упрощенные кусочно-линейные модели (двух - и трехлинейные),

достаточно точно описывающие поведение материала. Важно указывать основные параметры диаграмм, такие как максимальные значения напряжений и соответствующие деформации, а также предельные значения.

В проектировании конструкций из обычного, мелкозернистого и напрягающего бетонов для описания зависимости между напряжениями и деформациями часто используют упрощенные двух- и трехлинейные диаграммы, подобные диаграммам Прандтля (см. рисунки 1: а, б).

При использовании трехлинейной диаграммы (см. рисунок 1: а) значение сжимающих напряжений в бетоне (σ_b) в зависимости от относительной деформации сжатия (ε_b) вычисляется по определенным формулам.

при $0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}$

$$\sigma_b = E_b \cdot \varepsilon_b ; \quad (1)$$

при $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_b < \varepsilon_{b0}$

$$\sigma_b = \left[\left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \cdot \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right] \cdot R_b ; \quad (2)$$

при $\varepsilon_{b0} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$

$$\sigma_b = R_b \quad (3)$$

Значения напряжений ε_{b1} принимают

$$\varepsilon_{b1} = \frac{\sigma_{b1}}{E_b} \quad (4)$$

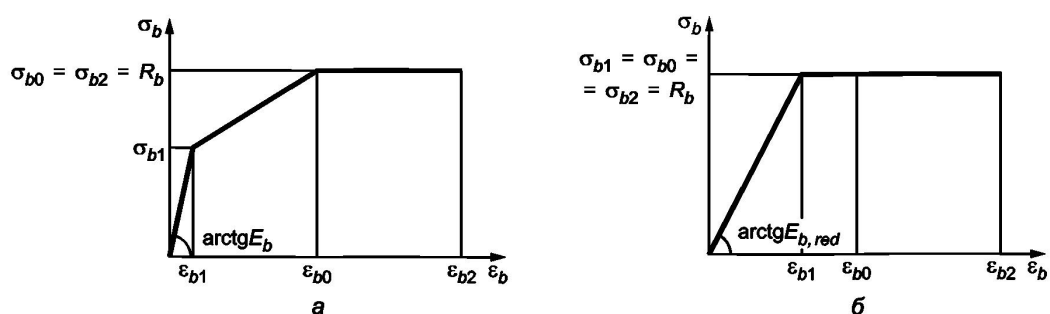


Рисунок 1 — Диаграммы состояния сжатого бетона
а — трехлинейная диаграмма состояния сжатого бетона;
б — двухлинейная диаграмма состояния сжатого бетона

Предельные значения относительной деформации ε_{b2} для тяжелых, мелкозернистых и предварительно напряженных бетонов устанавливаются в зависимости от условий нагружения следующим образом:

При кратковременной нагрузке:

Для бетонов с классом прочности на сжатие до B60 включительно, ε_{b2} принимается равным 0,0035;

Для высокопрочных бетонов с классом прочности на сжатие от B70 до B100, значение ε_{b2} изменяется линейно, уменьшаясь от 0,0033 для B70 до 0,0028 для B100;

При продолжительном действии нагрузки значения определяются в соответствии с таблицей 1.

При использовании билинейной диаграммы (как показано на рисунке 24, б) напряжения сжатия в бетоне (σ_b), которые являются функцией относительной деформации (ε_b), вычисляются по представленным формулам:

при $0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}$, где

$$\varepsilon_{b1} = \frac{R_b}{E_{b, red}}, \quad (5)$$

$$\sigma_b = E_{b, red} \cdot \varepsilon_b; \quad (6)$$

при $\varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}$

$$\sigma_b = R_b \quad (7)$$

Значения приведенного модуля деформации бетона $E_{b, red}$ принимают

$$E_{b, red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b1, red}} \quad (8)$$

Значения относительных деформаций $\varepsilon_{b1, red}$ принимают:

- для тяжелого бетона при непродолжительном действии нагрузки $\varepsilon_{b1, red} = 0,0015$;
- для легкого бетона при непродолжительном действии нагрузки $\varepsilon_{b1, red} = 0,0022$;

- для тяжелого бетона при продолжительном действии нагрузки — по таблице 1.

Таблица 1 - Деформации бетона

Относительная влажность воздуха окружающей среды, %	Относительные деформации тяжелого, мелкозернистого и напрягающего бетона при продолжительном действии нагрузки					
	при сжатии			при растяжении		
	$\varepsilon_{b0} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{b2} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{b1, red} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{bt0} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{bt2} \cdot 10^3$	$\varepsilon_{bt1, red} \cdot 10^3$
Выше 75	3,0	4,2	2,4	0,21	0,27	0,19
40-75	3,4	4,8	2,8	0,24	0,31	0,22
Ниже 40	4,0	5,6	3,4	0,28	0,36	0,26
Примечания 1 Относительную влажность воздуха окружающей среды принимают по СП 131.13330 как среднюю месячную относительную влажность наиболее теплого месяца для района строительства. 2 Для высокопрочных бетонов значения относительных деформаций ε_{b2} следует принимать с умножением на отношение (270-B)/210						

Зависимость между растягивающими напряжениями в бетоне (σ_{bt}) и относительными деформациями (ε_{bt}) устанавливается на основе двух - или трехлинейных диаграмм. При этом, при построении диаграмм, расчетные сопротивления бетона сжатию (R_b) трансформируются в расчетные сопротивления бетона растяжению (R_{bt}) в соответствии с формулой $R_{bt} = \frac{R_{bt,n}}{\gamma_{bt}}$. Начальный модуль упругости при растяжении (E_{bt}) определяется согласно формуле

$$E_{bt} = E_{b,\tau} = \frac{E_b}{1 + \varphi_{b,cr}} \quad (9)$$

Для тяжелых, мелкозернистых и напрягающих бетонов величина относительной деформации ε_{bt2} устанавливается следующим образом: при непродолжительном воздействии нагрузки принимается $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$, а при длительном — в соответствии с информацией, представленной в таблице 1.

При использовании двухлинейной диаграммы, значение $\varepsilon_{bt1,red}$ при кратковременных нагрузках принимается равным 0,00008, а при

длительных – определяется по таблице 1. Значения $E_{bt,red}$ рассчитываются по формуле (8) посредством подстановки в неё значений R_{bt} и $\varepsilon_{bt, red}$.

При проведении нелинейного деформационного анализа железобетонных конструкций для оценки напряженно-деформированного состояния сжатой зоны бетонного массива используются диаграммы состояния. Особенностью этих диаграмм являются деформационные характеристики, соответствующие кратковременным нагрузкам. В качестве упрощения часто применяется билинейная диаграмма состояния бетона.

Согласно строительным нормам, проектирование железобетонных конструкций требует расчета прочности как на основе нелинейной деформационной модели, так и по предельным усилиям. В основе нелинейной деформационной модели лежит применение экспериментальных и расчетных диаграмм деформирования. При этом, определяющее значение имеют полные диаграммы деформирования сжатого бетона, включающие нисходящую ветвь. Поведение сжатого бетона обуславливает характер деформации сечения в целом, а также его способность к перераспределению усилий внутри конструкции. Например, увеличение деформативности высокопрочного бетона, склонного к хрупкости, достигается путем использования фибрового армирования или замкнутых хомутов. В настоящее время диаграммные методы расчета нуждаются в дальнейшем развитии, а их усовершенствование представляет собой важную задачу.

Использование деформационных диаграмм бетона и арматуры позволяет детально изучить работу железобетонного сечения на всех этапах. Из-за нелинейного характера зависимостей, расчеты становятся трудоемкими и требуют итерационного подхода. Для упрощения, допускается аппроксимация поведения материалов, например, с помощью диаграммы Прандтля. В таком случае расчетные формулы значительно

упрощаются, что делает их удобными для практических инженерных расчетов.

Диаграммный метод расчета железобетонных конструкций становится все более популярным в проектировании. Нормативные документы разрешают использование упругопластических диаграмм для сжатого бетона в подобных расчетах. Для описания растянутой арматуры также применяется аналогичная диаграмма.

В случае, когда сжатый бетон подчиняется диаграмме Прандтля (рисунок 2), то есть

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b, \text{ то} \quad (16)$$

$$N_b = \int_0^x b \sigma_b(\varepsilon_b) dx = \frac{bx}{\varepsilon_{b,f}} \int_0^{\varepsilon_{b,f}} \sigma_b(\varepsilon_b) d\varepsilon_b = \frac{bx}{\varepsilon_{b,f}} \int_0^{\varepsilon_{b,f}} E_b \varepsilon_b d\varepsilon_b = bx \frac{E_b \varepsilon_{b,f}}{2} \quad (17)$$

$$\text{Здесь } dx = \frac{x}{\varepsilon_{b,f}} d\varepsilon \text{ согласно закону плоских сечений;} \quad (18)$$

x – высота сжатой зоны бетона;

E_b – начальный модуль упругости бетона;

b – ширина прямоугольного сечения балки;

ε_{bf} – деформация крайнего сжатого бетонного волокна.

Используя понятие кривизны сечения $\varepsilon = \frac{\varepsilon_{bf}}{x}$ запишем $x = \frac{\varepsilon_{bf}}{\varepsilon}$. Тогда

$$N_b = bx \frac{E_b \varepsilon_{bf}}{2} = b \frac{\varepsilon_{bf}}{\varepsilon} \frac{E_b \varepsilon_{bf}}{2} = \frac{0,5bE_b \varepsilon_{bf}^2}{\varepsilon} \quad (19)$$

Для арматуры, работающей в упругой стадии (рисунок 2),

$$N_s = \sigma_s A_s = E_s \varepsilon_s A_s \quad (20)$$

Выражая деформацию арматуры через кривизну запишем

$$N_s = E_s [\varepsilon(h_0 - x)] A_s = E_s A_s (\varepsilon h_0 - x \varepsilon) = E_s A_s (\varepsilon h_0 - \varepsilon_{bf}) \quad (21)$$

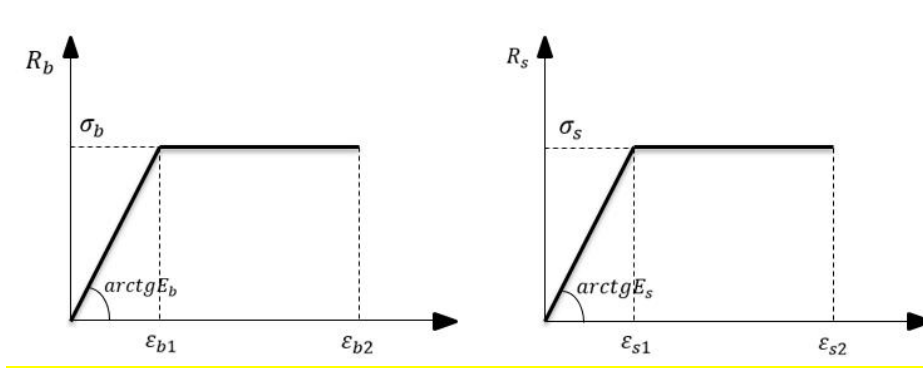


Рисунок 2 - Упругопластические диаграммы материалов

Уравнение равновесия имеет вид $N_b = N_s$ или

$$\frac{0,5bE_b\epsilon_{bf}^2}{\alpha} - E_s A_s (\alpha h_0 - \epsilon_{bf}) = 0 \quad (22)$$

Преобразуем данное выражение

$$\begin{aligned} 0,5bE_b \frac{\epsilon_{bf}^2}{\alpha} - E_s A_s \alpha h_0 + E_s A_s \epsilon_{bf} &= 0 \quad \text{или} \\ -E_s A_s h_0 \alpha^2 + E_s A_s \epsilon_{bf} \alpha + 0,5bE_b \epsilon_{bf}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

В результате получим квадратное уравнение относительно кривизны

$$\alpha^2 - \frac{\epsilon_{bf}}{h_0} \alpha - \frac{0,5bE_b \epsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0} = 0 \quad (24)$$

Решение уравнения имеет вид

$$\alpha = \frac{\epsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2}\right)^2 + \frac{0,5bE_b \epsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0}} \quad (25)$$

В качестве примера выполнен расчет железобетонного сечения и построены эпюры деформаций (рисунок 3).

Размеры сечения, см		Модуль упругости		$A_s, \text{см}^2$	Деформация на крайнем сжатии волокон ε_{bf}	Кривизна 1/см
b	h_0	Бетон, E_b МПа	Арматура, E_s МПа			
20	54	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10,8	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-6}$
20	54	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10,8	$0,5 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-5}$
20	54	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10,8	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-5}$
20	54	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10,8	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$9,1 \cdot 10^{-5}$
20	54	$3 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^5$	10,8	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$12,0 \cdot 10^{-5}$

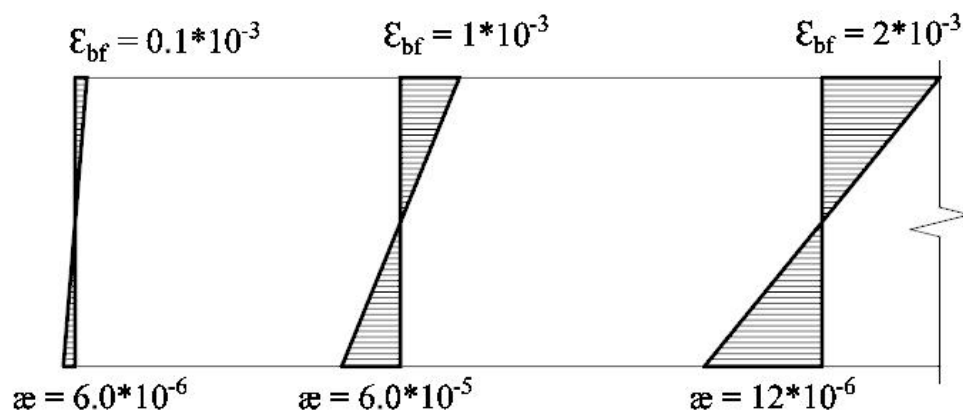


Рисунок 3 – Эпюры деформаций по высоте сечения

Предлагаемый подход позволяет проводить расчеты поперечных сечений с установлением ключевых характеристик структуры. В данном примере, после определения степени искривления, становятся известны параметры сжатой области и деформационные изменения растянутой арматуры. Это создает возможность для нахождения соответствующего момента изгиба на каждом этапе. Разумеется, данные уравнения подлежат изменениям при переходе арматуры или бетона в фазу пластичности.

При применении билинейных диаграмм были исследованы следующие стадии деформирования бетона и арматуры:

- ✓ Бетон и арматура в упругой стадии.
- ✓ Бетон в упругой стадии, а арматура в пластической стадии.
- ✓ Бетон в пластической стадии, а арматура работает упруго (переармированные сечения).

✓ Бетон и арматура работают в пластической стадии.

Диаграммный способ в строительстве, особенно в контексте проектирования и оценки железобетонных структур, является мощным инструментом для визуализации и организации информации о поведении материалов под действием различных нагрузок. Этот способ основан на использовании графических схем, отражающих взаимосвязь между напряжениями и деформациями, а также иными особенностями материалов и конструкций. Практические примеры его применения можно увидеть в различных аспектах проектирования и анализа железобетонных конструкций, от определения прочности и устойчивости элементов до оценки их долговечности и надежности.

Одним из наиболее распространенных примеров использования диаграммного метода является анализ железобетонных балок, подверженных изгибу. При проектировании таких конструкций важно учитывать не только их прочностные характеристики, но и деформационные свойства. Применяя диаграммы, специалисты могут четко видеть, как распределяются напряжения по сечению балки при различных нагрузках. К примеру, схема состояния напряжений позволяет установить, в каких областях балки возникают максимальные напряжения, что, в свою очередь, помогает в выборе оптимальных габаритов и армирования. На основании полученных данных возможно внести корректировки в проект, чтобы предотвратить возможные разрушения в будущем.

Применение реальных диаграмм деформирования позволяет улучшить качество проектирования железобетонных конструкций и повысить надежность принимаемых решений. Нормы проектирования допускают использование криволинейных диаграмм деформирования бетона, а также двухлинейных диаграмм бетона и арматуры.

Будем рассматривать условные билинейные диаграммы бетона и арматуры для расчета сечений. Общий вид диаграмм приведен на рисунке 4.

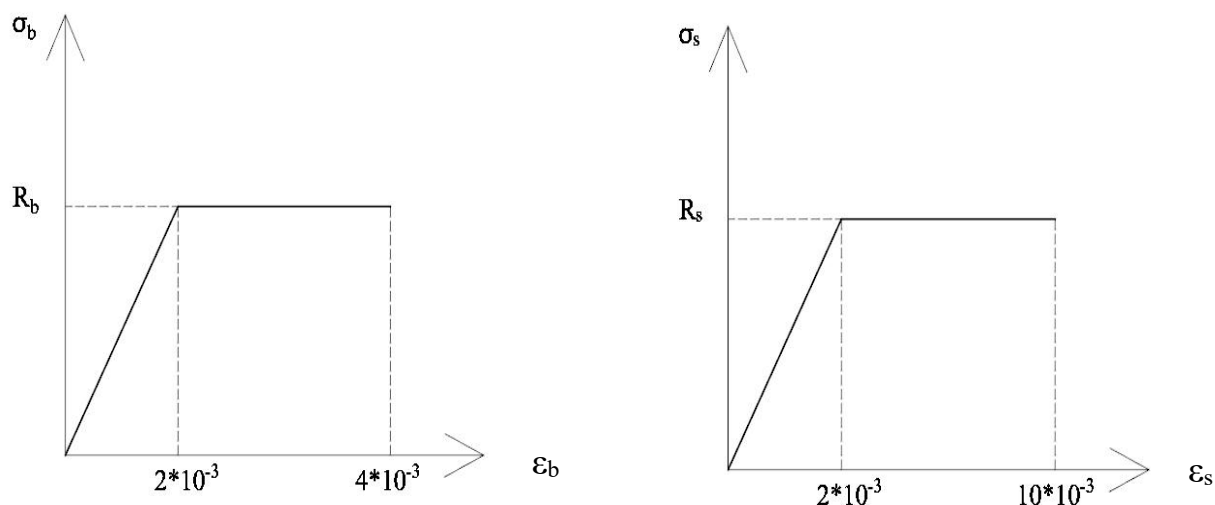


Рисунок 4 - Условные билинейные диаграммы сжатого бетона и растянутой арматуры

Очевидно, что при нагружении железобетонного сечения возможны следующие комбинации соотношений деформаций сжатого бетона и растянутой арматуры.

1) Деформации бетона и арматуры находятся в упругой стадии, то есть деформации на крайнем сжатом волокне $\varepsilon_{bf} < 2 \cdot 10^{-3}$ и деформации в растянутой арматуре $\varepsilon_s < 2 \cdot 10^{-3}$. В этом случае усилие в сжатом бетоне определяется выражением $N_b = \frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{\varkappa}$, а усилие в растянутой арматуре будет равно $N_s = E_s A_s (\varkappa h_0 - \varepsilon_{bf})$. Сумма проекций усилий на продольную ось элемента может быть записана следующим образом $\frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{\varkappa} - E_s A_s (\varkappa h_0 - \varepsilon_{bf}) = 0$. При этом для определения кривизны необходимо

решить квадратное уравнение. В результате получаем выражение для

$$\text{кривизны} \quad \varkappa = \frac{\varepsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2}\right)^2 + \frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0}}.$$

2) Деформации сжатого бетона находятся в упругой стадии, а растянутая арматура работает на площадке текучести, то есть $\varepsilon_{bf} < 2 \cdot 10^{-3}$, а $\varepsilon_s > 2 \cdot 10^{-3}$. В этом случае расчетные зависимости получаются следующим образом. Усилие в сжатом бетоне также описывается выражением $N_b = \frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{\varkappa}$, а усилие в растянутой арматуре при постоянном напряжении в ней R_s будет равно $N_s = R_s A_s$. Тогда выражение для суммы проекций будет иметь вид $\frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{\varkappa} - R_s A_s = 0$; $0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2 - R_s A_s \cdot \varkappa = 0$. Отсюда формулу для вычисления кривизны можно записать в следующем виде $\varkappa = \frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{R_s A_s}$.

Рассмотрим на примере поведение железобетонного сечения при различных уровнях нагружения. В качестве исходных данных приняты: $b=20\text{см}$; $h_0=54\text{см}$; $A_s=10,8 \text{ см}^2$; $R_s=400 \text{ МПа}$; $E_b=3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; $E_s=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Тогда при $\varepsilon_{bf} = 0,1 \cdot 10^{-3}$

$$\varkappa = \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{54 \cdot 2} + \sqrt{\left(\frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{54 \cdot 2}\right)^2 + \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot (0,1 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10,8 \cdot 54}} = 6,084 \cdot 10^{-6} \text{ 1/см};$$

$$\varepsilon_s = \varkappa \cdot h_0 - \varepsilon_{bf} = 6,084 \cdot 10^{-6} \cdot 54 - 0,1 \cdot 10^{-3} = 0,2284 \cdot 10^{-3}.$$

При $\varepsilon_{bf} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 3,041 \cdot 10^{-5} \text{ 1/см}$ и $\varepsilon_s = 1,142 \cdot 10^{-3}$;

при $\varepsilon_{bf} = 0,8 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 4,865 \cdot 10^{-5} \text{ 1/см}$ и $\varepsilon_s = 1,827 \cdot 10^{-3}$;

при $\varepsilon_{bf} = 0,85 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 5,169 \cdot 10^{-5} \text{ 1/см}$ и $\varepsilon_s = 1,941 \cdot 10^{-3}$.

Дальнейшее увеличение нагрузки переводит работу арматуры в пластическое состояние. Поэтому используется линейное выражение для вычисления кривизны.

при $\varepsilon_{bf} = 0,9 \cdot 10^{-3}$

$$\varkappa = \frac{0,5bE_b\varepsilon_{bf}^2}{R_s A_s} = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot (0,9 \cdot 10^{-3})^2}{400 \cdot 10,8} = 5,625 \cdot 10^{-5} \text{ 1/см};$$

$$\varepsilon_s = \varkappa \cdot h_0 - \varepsilon_{bf} = 5,625 \cdot 10^{-5} \cdot 54 - 0,9 \cdot 10^{-3} = 2,138 \cdot 10^{-3}.$$

при $\varepsilon_{bf} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 6,944 \cdot 10^{-5} \text{ 1/см}$ и $\varepsilon_s = 2,75 \cdot 10^{-3}$;

при $\varepsilon_{bf} = 1.5 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 15.63 \cdot 10^{-5}$ 1/см и $\varepsilon_s = 6.94 \cdot 10^{-3}$;

при $\varepsilon_{bf} = 1.8 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 22.5 \cdot 10^{-5}$ 1/см и $\varepsilon_s = 10.3 \cdot 10^{-3}$;

при $\varepsilon_{bf} = 2.0 \cdot 10^{-3}$ $\varkappa = 27.76 \cdot 10^{-5}$ 1/см и $\varepsilon_s = 12.99 \cdot 10^{-3}$.

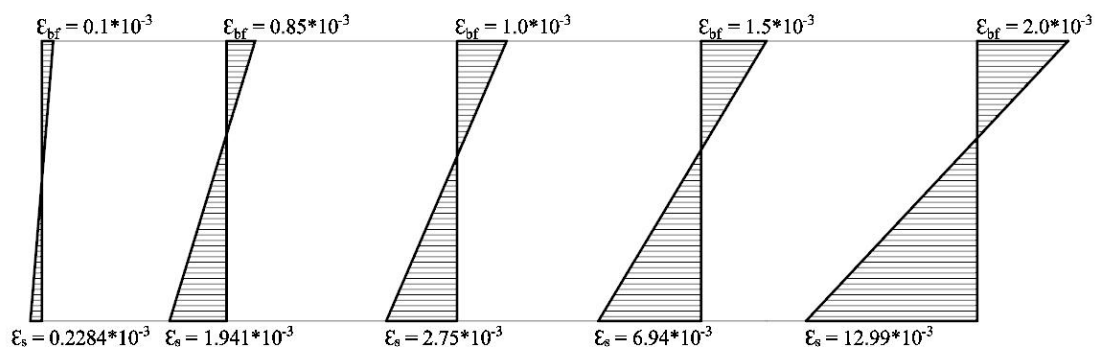


Рисунок 5 – Распределение деформаций по высоте сечения при изменении нагрузки

Данный расчет показывает поведение сечения под нагрузкой и позволяет увидеть наступление стадии разрушения, когда арматура находится на площадке текучести и сжатый бетон достигает предельных деформаций. В приведенном примере построены графики изменения деформаций в упругой и пластической стадиях арматуры, а также вычислены соответствующие кривизны.

В строительном проектировании нередко применяют железобетонные элементы с избыточным армированием (переармированные). Вследствие повышенного количества растянутой арматуры, такие конструкции склонны к внезапному разрушению из-за разрушения бетона в зоне сжатия. При этом арматура в растянутой зоне не достигает предела текучести. В таких случаях высота сжатой зоны превышает предельное значение.

Для точного определения деформаций, кривизны и жесткости сечения в предразрушающем состоянии целесообразно использовать диаграммный метод.

Основным инструментом для анализа таких сечений служат уравнения равновесия, дополненные условными диаграммами деформирования Прандтля для бетона и арматуры, представленные на рисунке 6.

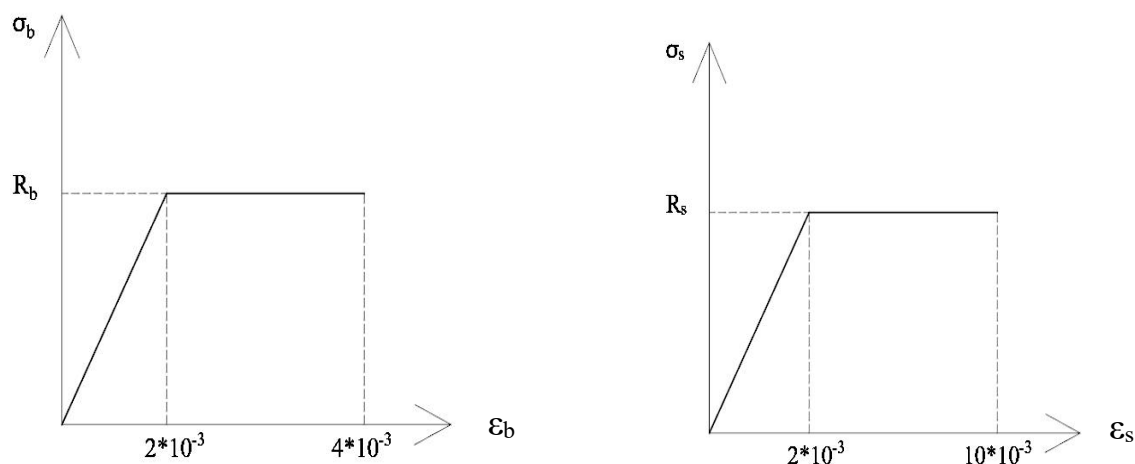


Рисунок 6 - Условные билинейные диаграммы сжатого бетона и растянутой арматуры

Рассмотрим поведение сечения изгибаемого железобетонного элемента, у которого сжатый бетон вышел на площадку текучести, а растянутая арматура находится в упругой стадии. До тех пор, пока бетон и арматура работают упруго, усилие в сжатом бетоне будет равно $N_b = \frac{0,5bE_b\epsilon_{bf}^2}{\alpha}$, а в растянутой арматуре соответственно $N_s = E_s A_s (\alpha h_0 - \epsilon_{bf})$. Величина кривизны на этих этапах определяется корнями квадратного

$$\text{уравнения } \alpha = \frac{\epsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_{bf}}{h_0 \cdot 2}\right)^2 + \frac{0,5bE_b\epsilon_{bf}^2}{E_s A_s h_0}}.$$

В перearмированных сечениях на стадии близкой к разрушению сжатый бетон выходит на площадку текучести, то есть деформации в бетоне $\epsilon_{bf} > 2 \cdot 10^{-3}$. А растянутая арматура при ее большом количестве в сечении будет оставаться в упругой стадии $\epsilon_s < 2 \cdot 10^{-3}$. Расчетные формулы в этом случае будут изменены.

При вычислении усилия в сжатом бетоне будем рассматривать его как сумму двух слагаемых

$$N_b = \frac{bx}{\varepsilon_{bf}} \int_0^{\varepsilon_{bf}} \sigma_b(\varepsilon_b) d\varepsilon_b = \frac{bx}{\varepsilon_{bf}} \left[\int_0^{2 \cdot 10^{-3}} E_b \varepsilon_b d\varepsilon_b + \int_{2 \cdot 10^{-3}}^{\varepsilon_{bf}} R_b d\varepsilon_b \right] =$$

$$\frac{bx}{\varepsilon_{bf}} \left[\frac{E_b \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2}{2} + (R_b \varepsilon_{bf} - R_b \cdot 2 \cdot 10^{-3}) \right] = \frac{bx}{\varepsilon_{bf}} [E_b \cdot 2 \cdot 10^{-6} + (R_b \varepsilon_{bf} - R_b \cdot 2 \cdot 10^{-3})] = \frac{bx}{\varepsilon_{bf}} D = \frac{b \cdot \varepsilon_{bf}}{\varepsilon_{bf} \cdot \varepsilon} D = \frac{bD}{\varepsilon}.$$

Здесь введено обозначение $D = E_b \cdot 2 \cdot 10^{-6} + (R_b \varepsilon_{bf} - R_b \cdot 2 \cdot 10^{-3})$. Таким образом $N_b = \frac{bD}{\varepsilon}$.

Усилие в растянутой арматуре, работающей в упругой стадии, $N_s = E_s A_s (\varepsilon h_0 - \varepsilon_{bf})$. Тогда сумма проекций на продольную ось элемента $N_b = N_s$, или $\frac{bD}{\varepsilon} - E_s A_s (\varepsilon h_0 - \varepsilon_{bf}) = 0$. После преобразований будем иметь $bD - E_s A_s h_0 \cdot \varepsilon^2 + E_s A_s \varepsilon_{bf} \varepsilon = 0$ и $\varepsilon^2 - \frac{\varepsilon_{bf}}{h_0} \varepsilon - \frac{bD}{E_s A_s h_0} = 0$.

Решение квадратного уравнения получается в следующем виде

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_{bf}}{2 \cdot h_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{bf}}{2 \cdot h_0}\right)^2 + \frac{bD}{E_s A_s h_0}} \quad (26)$$

Рассмотрим на примере поведение перearмированного железобетонного сечения при деформациях в сжатом бетоне на площадке текучести. В качестве исходных данных приняты:

$b=20\text{см}; h_0=54\text{см}; A_s=31.5 \text{ см}^2; R_b=22 \text{ МПа}; R_s=400 \text{ МПа}; E_b=1,1 \cdot 10^4 \text{ МПа}; E_s=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \zeta_R=0,53\text{см}$. Тогда при $\varepsilon_{bf} = 2.2 \cdot 10^{-3}$

$$\varepsilon = \frac{2.2 \cdot 10^{-3}}{54 \cdot 2} + \sqrt{\left(\frac{2.2 \cdot 10^{-3}}{54 \cdot 2}\right)^2 + \frac{20 \cdot 2,64 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^5 \cdot 31,5 \cdot 54}} = 0,06446 \cdot 10^{-3} \text{ 1/см};$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon \cdot h_0 - \varepsilon_{bf} = 0,06446 \cdot 10^{-3} \cdot 54 - 2.2 \cdot 10^{-3} = 1,2808 \cdot 10^{-3}.$$

Проверим значения усилий в сжатом бетоне и растянутой арматуре при вычисленной кривизне. Усилие в растянутой арматуре $N_s = 1,2808 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 31,5 = 806,93 \text{ кН}$. Усилия в сжатом бетоне будем вычислять по деформациям сжатой зоны. Фактически мы имеем, что до значений

деформаций равных $2 \cdot 10^{-3}$ напряжения в бетоне меняются по треугольному закону, а далее - по прямоугольному.

$$\text{Высота сжатой зоны бетона } x = \frac{\varepsilon_{bf}}{\varepsilon} = \frac{2.2 \cdot 10^{-3}}{0.06446 \cdot 10^{-3}} = 34.129 \text{ см.}$$

Расстояние от нейтральной оси до волокна с деформацией $2 \cdot 10^{-3}$ составит $34,129 \cdot 2/2,2 = 31,02 \text{ см}$. Тогда усилие в сжатом бетоне в пределах треугольной эпюры напряжений $N^I_b = \frac{22}{2} \cdot 20 \cdot 31,02 = 682,4 \text{ кН}$, а в пределах прямоугольной $N^2_b = 22 \cdot (34,129 - 31,02) \cdot 20 = 136,8 \text{ кН}$ и $\sum N = 682,4 + 136,8 = 819,2 \text{ кН}$.

Расхождения в усилиях составляют 1,5%.

Данный расчет позволяет оценить деформации бетона и арматуры на всех ступенях нагружения перearмированного сечения. Расчет позволяет оценить наполняемость сжатой зоны прямоугольной эпюрой, степень деформаций в растянутой арматуре в долях от деформаций текучести, определять точные значения изгибной жесткости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования позволили сделать следующие выводы.

1. В качестве диаграмм деформирования бетона и арматуры могут быть успешно использованы билинейные диаграммы (диаграммы Прандтля).

2. Билинейные диаграммы позволяют проводить исследование поведения изгибаемых железобетонных элементов (балок) при различных уровнях нагружения.

3. При билинейных диаграммах возможны следующие стадии деформирования бетона и арматуры:

- ✓ Бетон и арматура в упругой стадии;
- ✓ Бетон в упругой стадии, а арматура в пластической стадии;
- ✓ Бетон в пластической стадии, а арматура работает упруго (переармированные сечения);
- ✓ Бетон и арматура работают в пластической стадии.

4. Для каждого случая напряженно-деформированного состояния составлены уравнения равновесия и получены формулы для вычисления кривизны.

Для каждого случая напряженно-деформированного состояния проведены машинные эксперименты и подтверждена надежность вычислений, соответствующая нормам проектирования.

5. Предложенный расчетный аппарат позволяет надежно, быстро, наглядно без приближенного подхода определять деформации и кривизну сечения на всех этапах нагружения.

6. По полученной кривизне для каждого этапа расчета на основе простых вычислений определяется жесткость сечения и производится расчет несущих систем в физически нелинейной постановке.

В заключение, можно сказать, что диаграммный метод является важным и эффективным инструментом в проектировании и анализе

железобетонных конструкций. Его применение позволяет более точно и надежно оценивать поведение материалов, что в свою очередь способствует повышению безопасности и долговечности зданий и сооружений. Несмотря на некоторые недостатки, данный метод продолжает развиваться и совершенствоваться, что открывает новые перспективы для его использования в строительной отрасли. Важно, чтобы инженеры и проектировщики продолжали изучать и внедрять этот метод в свою практику, стремясь к повышению качества и надежности конструкций, что в конечном итоге будет способствовать созданию более безопасной и устойчивой городской среды.

Материалы диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Волошина, Е. О. Преимущество диаграммного метода расчёта железобетонных конструкций / Е. О. Волошина, В. А. Дзюба.
2. Дзюба, В. А. Диаграммы деформирования при нелинейном расчёте железобетонных конструкций по деформационной модели / В. А. Дзюба, Е. О. Волошина.
3. Дзюба, В. А. Применение диаграммного метода в расчётах железобетонных конструкций / В. А. Дзюба, Е. О. Волошина.
4. Дзюба, В. А. Применение билинейных диаграмм для расчёта прочности железобетонных сечений / В. А. Дзюба, Е. О. Волошина.
5. Дзюба, В. А. Расчёт кривизны железобетонных сечений диаграммным методом / В. А. Дзюба, Е. О. Волошина.
6. Дзюба, В. А. Расчёт перearмированных железобетонных сечений диаграммным методом / В. А. Дзюба, Е. О. Волошина.